

# ANALISIS LENTUR PELAT SATU ARAH BETON BERTULANG BERONGGA BOLA MENGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA NON LINIER (051S)

**Dinar Gumilang Jati**

*Program Studi Teknik Sipil, Universitas Atma Jaya Yogyakarta, Jl. Babarsari 44 Yogyakarta  
Email: dinar\_gj@yahoo.com*

## ABSTRAK

Pelat beton bertulang berongga bola merupakan salah satu teknologi alternatif yang bertujuan untuk mengurangi berat sendiri struktur dan menghemat material beton. Penempatan bola pada area tarik beton diharapkan tidak akan mengurangi kekuatan lentur pelat tersebut. Kondisi non linier material beton dan keberadaan rongga dalam beton mendorong perlunya permasalahan ini didekati dengan pemecahan numerik menggunakan program ATENA. Penelitian ini membahas perilaku lentur pelat solid dengan ketebalan 12 cm (PL1), dan dua pelat beton bertulang berongga bola dengan ketebalan 12 cm (PL2) dan 14,3 cm (PL3), dengan sistem beton cor ditempat, menggunakan metode elemen hingga non linier. Pengujian ini menggunakan pembebanan statis yang diterapkan pada dua titik beban. Analisis numerik dilakukan dengan program ATENA dan program GID sebagai graphical user interface. Perilaku yang diamati pada penelitian ini antara lain kuat lentur, kekakuan, daktilitas dan pola retak. Pada penelitian ini didapatkan nilai kuat lentur pengujian numerik pada pelat PL1\_NUM(numerik), PL2\_NUM dan PL3\_NUM berturut turut sebesar 54 kN, 53 kN dan 67 kN. Sementara itu nilai kuat lentur pengujian eksperimen untuk PL1\_EKS(eksperimen), PL2\_EKS dan PL3\_EKS berturut-turut sebesar 43,29 kN, 46, 29 kN dan 68,29 kN. Nilai kuat lentur pelat berongga bola pada penelitian mendekati kuat lentur pelat solid. Perbedaan nilai kuat lentur eksperimen dan numerik terjadi karena model numerik mensimulasikan kondisi struktur yang ideal. Penambahan rongga bola pada pelat akan mengurangi kekakuan dan daktilitas pelat.

Kata kunci: pelat satu arah, pelat beton bertulang berongga bola, analisis elemen hingga non linier, kuat lentur

## 1. PENDAHULUAN

Dalam upaya meningkatkan efisiensi pada struktur pelat beton bertulang, muncul teknologi alternatif berupa pelat beton bertulang berongga bola (*hollow sphere slab*). Teknologi ini bertujuan untuk mengurangi berat sendiri struktur dan dapat menghemat material beton. Pelat beton bertulang berongga bola yang telah dipatenkan bernama Bubble-Deck dengan ketebalan minimum pelat sebesar 23cm dan pada umumnya digunakan untuk pelat datar (*flat plate*) dengan sistem semi pracetak. Pada penelitian ini pelat beton bertulang berongga bola dengan ketebalan 12cm digunakan sebagai pelat satu arah dengan tumpuan sederhana dan sistem beton cor ditempat.

Umumnya daerah tekan beton pada struktur pelat cukup kecil, sehingga penempatan rongga bola pada daerah tarik beton diharapkan tidak mengurangi kapasitas lentur pelat tersebut. Kondisi material beton yang nonlinier dan keberadaan rongga pada pelat mendorong perlunya permasalahan ini didekati dengan pemecahan numerik menggunakan *software* ATENA. ATENA merupakan program analisis nonlinier struktur beton bertulang yang berbasis elemen hingga. Tujuan penelitian ini untuk mengetahui perilaku lentur, lendutan, kekakuan, daktilitas dan pola retak akibat beban terpusat pada struktur pelat beton bertulang berongga bola. Penelitian ini juga bermanfaat untuk mengetahui cara pemodelan elemen hingga non linier pelat beton bertulang berongga bola dengan program ATENA V2.1.10. Penelitian ini menggunakan data pembanding dari pengujian eksperimen yang dilakukan Soeharno (2009). Studi parameter yang diambil adalah pengaruh rasio rongga terhadap perilaku lentur pelat beton bertulang berongga bola.

## 2. TINJAUAN PUSTAKA

Aldejohann dan Schnellenbach (2005), menyebutkan secara umum pelat beton berongga bola (Bubble-Deck) memiliki perilaku lentur yang sama dengan pelat beton solid. Perbandingan karakteristik antara keduanya dapat dilihat pada Tabel 1. Perbedaan utama antara pelat beton berongga bola dengan pelat solid adalah ketahanan terhadap geser dimana analisis kuat geser pelat berongga dalam DIN 1045-1 ditentukan berdasarkan jarak antar bolanya.

Tabel 1. Perbandingan Bubble-Deck dengan Pelat Beton Bertulang Solid (*Bubble Deck UK, 2006*)

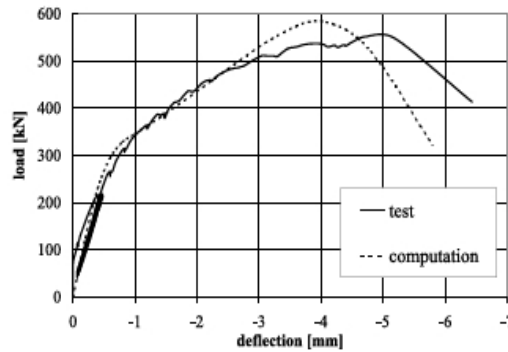
in % of solid deck	Same Strength	Same Bending Stiffness	Same Concrete Volume
Strength	100	105	150
Bending Stiffness	87	100	300
Volume of Concrete	66	69	100

Soeharno (2009), melakukan pengujian lentur secara eksperimen terhadap pelat beton bertulang berongga bola ketebalan 12cm, dengan sistem satu arah dan sistem beton cor ditempat. Didapatkan kapasitas lentur pelat seperti pada Tabel 2.

Tabel 2. Kapasitas beban pelat eksperimen (Soeharno, 2009)

Benda Uji	Dimensi (p x l x t) (mm)	Vol. Beton (%)	Beban Retak Awal		Beban Maksimum	
			Beban (kN)	(%)	Beban (kN)	(%)
PL-1	2200x1100x120	100	21,29	100	43,29	100
PL-2	2200x1100x120	83	11,29	53	46,29	107
PL-3	2200x1100x143	100	15,29	72	68,29	158

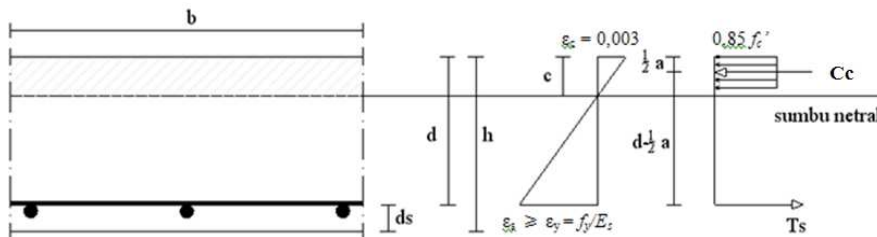
Schnellenbach (2002), memodelkan mekanisme keruntuhan Bubble-Deck akibat geser pada area kolom dengan *punching test*. Penelitian dilakukan secara eksperimen dan numerik. Pengujian numerik menggunakan *software* elemen hingga nonlinier DIANA. Penulangan dimodelkan secara *embedded* dengan asumsi lekatan *perfect bond* antara material beton dan baja tulangan. Perbandingan uji eksperimen dan numerik dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Grafik Beban - Lendutan (*Schnellenbach, 2002*)

### 3. LANDASAN TEORI

#### Kuat lentur



Gambar 2. Diagram tegangan-regangan penampang pelat solid

Pada kondisi *under reinforced*, tulangan baja telah mengalami leleh ( $f_s=f_y$ ), sehingga berlaku persamaan berikut :

$$C_c = T_s \tag{1}$$

$$C_c = 0,85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b \tag{2}$$

Dimana

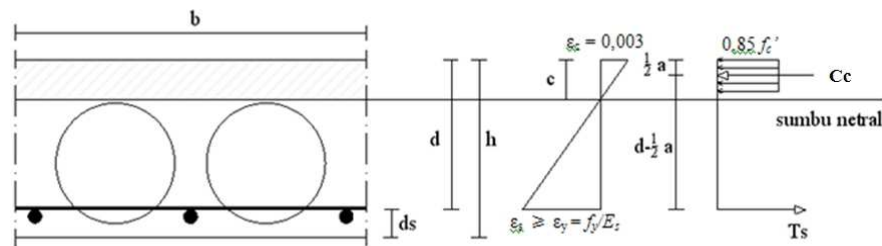
$$a = \beta \cdot c \tag{3}$$

$$T_s = A_s \cdot f_y \tag{4}$$

Sehingga momen penampang dapat dihitung dengan persamaan berikut.

$$M_n = T_s (d - \frac{1}{2} a) = C_c (d - \frac{1}{2} a) = 0,85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b (d - \frac{1}{2} a) \tag{5}$$

Secara teoritis, apabila terdapat rongga pada beton berbentuk bola di bawah daerah tekan tentunya tidak akan mengurangi kemampuan pelat dalam menahan lentur, seperti terlihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Diagram tegangan-regangan penampang pelat berongga bola

### Kekakuan lentur

Kekakuan didefinisikan sebagai gaya yang dibutuhkan untuk menghasilkan suatu lendutan sebesar satu satuan (Gere dan Timoshenko, 1987), seperti yang ditunjukkan pada persamaan berikut:

$$K = \frac{P_{cr}}{\delta_{cr}} \quad (6)$$

dengan  $K$  : kekakuan pelat (kN/mm),  $P_{cr}$  : beban saat retak awal (kN),  $\delta_{cr}$  : lendutan saat retak awal (mm)

### Daktilitas

Daktilitas struktur beton bertulang dapat ditentukan dari rasio lendutan saat beban ultimit terhadap lendutan saat tulangan baja mulai leleh (Priestley dan Paulay, 1992), sesuai dengan persamaan berikut:

$$\mu = \frac{\delta_u}{\delta_y} \quad (7)$$

dengan  $\mu$  : displacement ductility factor,  $\delta_u$  : lendutan saat leleh (mm) dan  $\delta_y$  : lendutan ultimit (mm)

### Kondisi Batas Layan

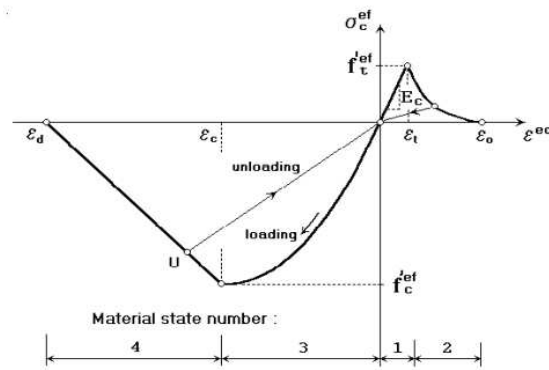
Pengendalian terhadap lendutan dalam SNI 03-2847-2002 pasal 11.5.3 dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Lendutan Ijin Maksimum (SK SNI 03-2847-2002)

Jenis komponen struktur	Lendutan yang diperhitungkan	Batas lendutan
Atap datar yang tidak menahan atau tidak disatukan dengan komponen nonstruktural yang mungkin akan rusak oleh lendutan yang besar	Lendutan seketika akibat beban hidup ( $L$ )	$\frac{l^a}{180}$
Lantai yang tidak menahan atau tidak disatukan dengan komponen nonstruktural yang mungkin akan rusak oleh lendutan yang besar	Lendutan seketika akibat beban hidup ( $L$ )	$\frac{l}{360}$
Konstruksi atap atau lantai yang menahan atau disatukan dengan komponen nonstruktural yang mungkin akan rusak oleh lendutan yang besar	Bagian dari lendutan total yang terjadi setelah pemasangan komponen nonstruktural (jumlah dari lendutan jangka panjang, akibat semua beban tetap yang bekerja, dan lendutan seketika, akibat penambahan beban hidup) <sup>c</sup>	$\frac{l^b}{480}$
Konstruksi atap atau lantai yang menahan atau disatukan dengan komponen nonstruktural yang mungkin tidak akan rusak oleh lendutan yang besar.		$\frac{l^d}{240}$

### Model konstitutif beton

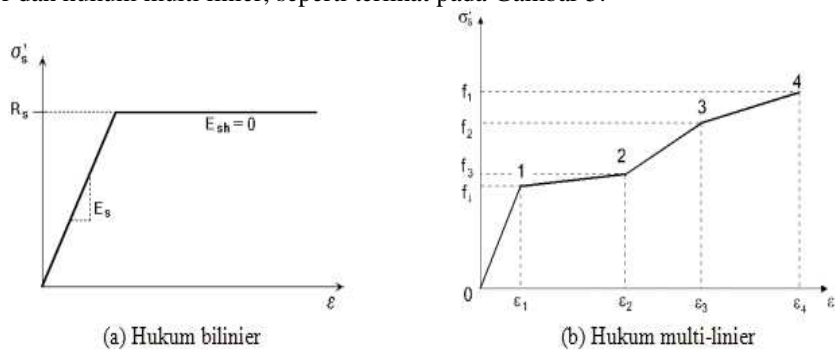
Perilaku nonlinier beton pada tegangan biaksial dideskripsikan dengan tegangan efektif  $\sigma_c^{ef}$  dan regangan uniaksial ekuivalen  $\epsilon^{eq}$ . Diagram tegangan-regangan uniaksial ekuivalen untuk beton dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Hukum tegangan-regangan uniaksial beton (ATENA Theory, 2011)

**Model konstitutif baja tulangan**

Di dalam ATENA, model hubungan tegangan-regangan untuk baja tulangan dapat dimodelkan dalam dua cara, yaitu hukum bilinear dan hukum multi linier, seperti terlihat pada Gambar 5.



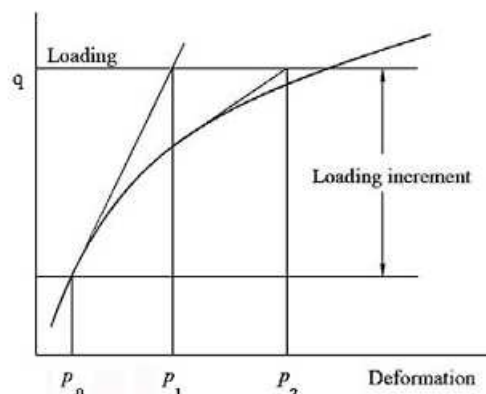
Gambar 5. Hukum tegangan-regangan baja tulangan (ATENA Theory, 2011)

**Penyelesaian analisis non linier**

Dengan menggunakan konsep analisis langkah demi langkah, diperoleh serangkaian persamaan nonlinier :

$$K(p) \Delta p = q - f(p) \tag{8}$$

Dengan,  $q$ : vektor beban *joint* total,  $f(p)$ : vektor gaya internal *joint*,  $\Delta p$ : penambahan deformasi akibat peningkatan beban,  $p$ : deformasi struktur sebelum peningkatan beban,  $K(p)$ : matriks kekakuan, menghubungkan antara peningkatan beban dengan penambahan deformasi. Konsep solusi Persamaan nonlinier dengan metode Newton-Raphson dapat dilihat pada Gambar 6.



Gambar 6. Metode Newton-Raphson (ATENA Theory, 2011)

**4. PEMODELAN ELEMEN HINGGA NON LINIER 3D**

Pelat yang diuji terdiri dari 3 buah benda uji eksperimen seperti terlihat pada Tabel 4. Penerapan jenis material, kondisi batas, dan pembebanan model disesuaikan dengan pengujian eksperimen. Pemodelan dan analisis data dilakukan dengan menggunakan program komputasi yaitu GID V7.4.4b dan ATENA V2.1.10.

Tabel 4. Detail Benda Uji Pelat

Benda Uji	Dimensi pelat (h x b x l) (mm)	Ø Bola (mm)	Tulangan		Volume Beton (%)
			Pokok	Susut	
PL1	120 x 1100 x 2200	-	Ø7,6-100	Ø5,5-100	100
PL2	120 x 1100 x 2200	76	Ø7,6-100	Ø5,5-100	83
PL3	143 x 1100 x 2200	76	Ø7,6-100	Ø5,5-100	100

### Pemodelan beton

Dalam ATENA geometri beton dapat dimodelkan sebagai elemen *hexahedral (CCIsoBrick)* dan elemen *tetrahedral (CCIsoTetra)*. Pada penelitian ini elemen *hexahedral* hanya digunakan sebagai pembanding performa kedua jenis elemen, sementara itu untuk analisis numerik dan studi parameter pelat beton bertulang berongga bola digunakan elemen *tetrahedral*, hal tersebut dilakukan karena geometri rongga bola dalam pelat hanya bisa dilakukan menggunakan tipe elemen *tetrahedral (CCIsoTetra)*.

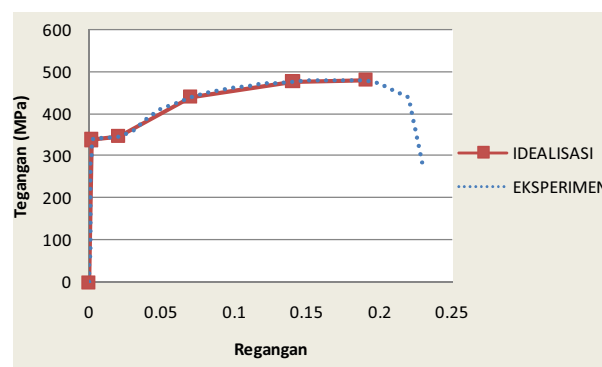
Material beton pada eksperimen ini dimodelkan sebagai material *Concrete* dengan jenis *material prototype CC3DonLinCementious2*, dengan parameter material seperti yang terlihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Parameter material beton

Parameter	Persamaan	Besaran	Satuan	Keterangan
Kuat Tekan	$f_c'$	-25,88	MPa	Eksperimen
Kuat Tekan Kubus	$f_{cu}' = \frac{f_c' \sqrt{A_c}}{C_{85}}$	-30,44	MPa	Cervenka
Modulus Elastisitas	$E_{sc} = 2700 \sqrt{f_c'}$	23910	MPa	SNI 03-2847-2002
Poisson Ratio	$\nu$	0,20		default ATENA
Kuat Tarik	$f_t = 0,24 \frac{f_c'}{\sqrt{A_c}}$	2,34	MPa	Cervenka
Fracture energy	$G_F = 0,000025 \frac{f_c' \sqrt{A_c}}{E_{sc}}$	$5,85 \times 10^{-5}$	MN/m	Cervenka
Plastic strain	$\epsilon_{cp} = \frac{2 f_t}{E_{sc}}$	-0,00106	-	Cervenka
Onset of crushing	$\epsilon_{c0} = \frac{2 f_t}{3 f_c'}$	-17,25	-	Cervenka
CCD	$w_d$	-0,0005	m	default ATENA
Dir. of flow	$\beta$	0		default ATENA
Density	$\rho$	0,022	MN/m <sup>3</sup>	Eksperimen
Thermal Exp.	$\alpha$	0,000012	-	default ATENA

### Pemodelan baja tulangan

Geometri baja tulangan dimodelkan secara diskrit dengan tipe elemen *line (CCIsoTruss)* dengan asumsi *perfect bond* antara material baja tulangan dengan material betonnya. Material baja tulangan dimodelkan sebagai material *Reinforcement* dengan jenis *material prototype CCReinforcement*. Parameter kuat tarik baja tulangan menggunakan diagram tegangan-regangan multi-linier hasil idealisasi pengujian kuat tarik baja tulangan seperti pada Gambar 7.



Gambar 7. Hubungan tegangan-regangan baja tulangan

### Kondisi batas, pembebanan dan monitoring

Pada penelitian ini benda uji pelat dimodelkan dengan sistem simetri, yaitu hanya memodelkan  $\frac{1}{2}$  panjang dan  $\frac{1}{2}$  lebar pelat. Hal ini dikarenakan kondisi tumpuan maupun beban yang bekerja pada pelat bersifat simetris. Sistem

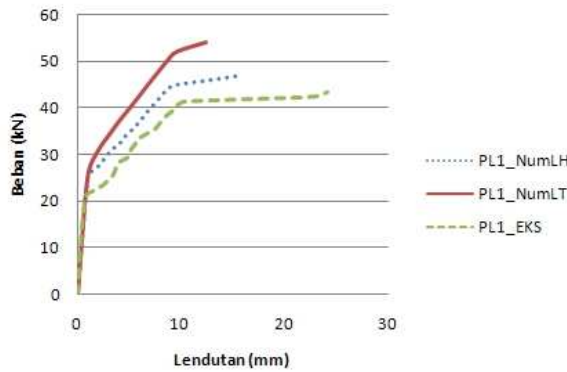
simetri pada pemodelan pelat dilakukan dengan memberikan kondisi batas pada permukaan geometri pelat (*Constrain for Surface*). Tumpuan rol dimodelkan sebagai baja pejal yang menahan pergerakan translasi pelat arah sumbu y (arah vertikal), dengan model *Constrain for Line*.

Pembebanan pada ATENA dilakukan dengan menerapkan beban titik pada pelat baja pejal, sehingga beban akan tersebar merata di luas permukaan baja yang menumpu pada beton. Pengujian ATENA dilakukan secara *load control* dengan cara menentukan besaran satu tahap pembebanan dan jumlah tahap pembebanannya. Sementara itu pemantauan lendutan dilakukan dengan *monitor for point* yang diterapkan pada titik (*node*) tepat pada tengah bentang.

**5. PEMBAHASAN**

**Perbandingan elemen *hexahedral* dan *tetrahedral***

Perbandingan tipe elemen hanya dilakukan untuk pelat solid, dan digunakan untuk melihat performa kedua jenis elemen. Hasil perbandingan dapat dilihat pada Gambar 8 dan Tabel 6.



Gambar 8. Grafik hubungan beban-lendutan pelat solid (PL1)

Tabel 6. Hubungan beban- lendutan pelat solid (PL1)

Benda Uji	Retak Pertama				Ultimit			
	Beban (kN)	%	Lendutan (mm)	%	Beban (kN)	%	Lendutan (mm)	%
PL1	21.29	100	0.80	100	43.29	100	24.14	100
PL1_NumLH	21.00	99	0.77	96	47.00	109	15.75	65
PL1_NumLT	18.00	85	0.62	78	54.00	125	12.46	52

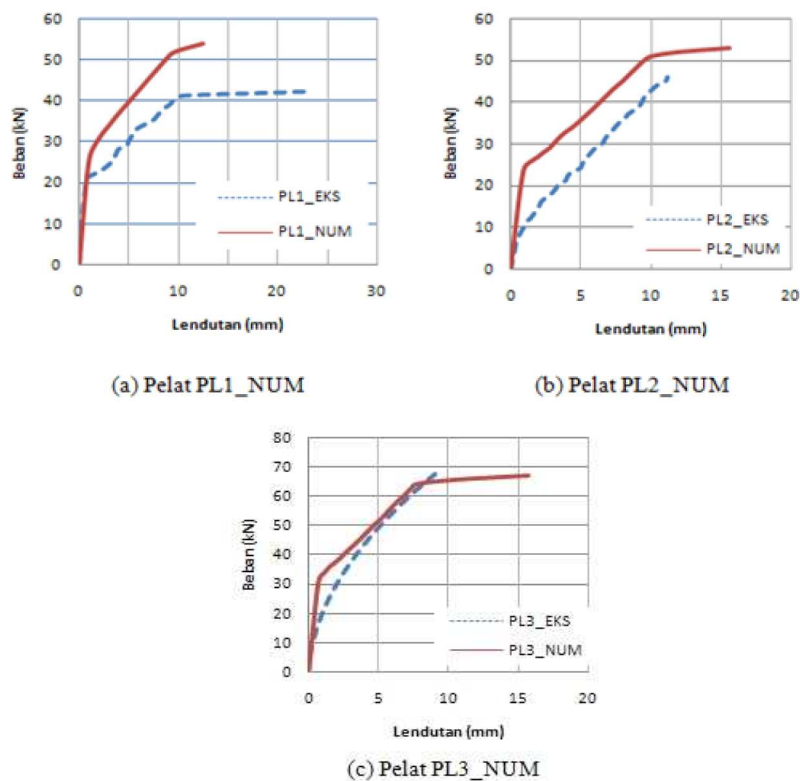
Benzley (1995) menyatakan bahwa elemen *hexahedral* dapat mengalami deformasi pada energi yang lebih rendah dibandingkan dengan elemen *tetrahedral*, hal tersebut yang membuat elemen *hexahedral* lebih akurat daripada elemen *tetrahedral*. Pada penelitian ini volume beton semua benda uji menggunakan elemen *tetrahedral*, hal ini dikarenakan pelat berongga bola tidak dapat menerapkan elemen *hexahedral*.

**Kuat lentur**

Perbandingan nilai kapasitas beban dan nilai lendutan dapat dilihat pada Gambar 9 dan Tabel 7.

Tabel 7. Perbandingan kuat lentur pelat

BENDA UJI	RETAK PERTAMA		ULTIMIT	
	$P_{cr}$ (kN)	$\delta_{cr}$ (mm)	$P_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)
PL1_EKS	21,29	0,80	43,29	24,14
PL2_EKS	11,29	1,09	46,29	11,22
PL3_EKS	15,29	0,62	68,29	9,19
PL1_NUM	18,00	0,62	54,00	12,46
PL2_NUM	17,00	0,61	53,00	15,64
PL3_NUM	23,00	0,50	67,00	15,72



Gambar 9. Grafik hubungan beban-lendutan

### Kekakuan

Nilai kekakuan diambil dari kemiringan kurva linier beban terhadap lendutan. Kekakuan hasil analisis numerik dapat dilihat pada Tabel 8.

Tabel 8. Perbandingan kekakuan hasil analisis numerik dan eksperimen

Benda Uji	$P_{awal}$ (kN)		$\delta_{awal}$ (mm)		Kekakuan (kN/mm)	
	Eksperimen	ATENA	Eksperimen	ATENA	Eksperimen	ATENA
PL1	2,29	2,00	0,05	0,0693	45,80	28,86
PL2	2,29	2,00	0,16	0,0716	14,31	27,93
PL3	2,29	2,00	0,03	0,0436	76,33	45,87

### Daktilitas

Perhitungan daktilitas mengacu pada definisi faktor daktilitas, yaitu perbandingan antara lendutan pada saat beban ultimit dan beban leleh. Perbandingan daktilitas pelat dapat dilihat pada Tabel 9.

Tabel 9. Perbandingan daktilitas hasil analisis numerik dan eksperimen

Benda Uji	$\delta_y$ (mm)		$\delta_u$ (mm)		Daktilitas ( $\delta_u/\delta_y$ )	
	Eksperimen	ATENA	Eksperimen	ATENA	Eksperimen	ATENA
PL1	2,37	3,64	24,14	12,46	10,19	3,42
PL2	10,11	6,68	11,22	15,64	1,11	2,34
PL3	2,83	6,32	9,19	15,72	3,25	2,49

### Pola Retak

Pengamatan retak dilakukan seperti uji eksperimen yaitu pada bagian bawah dan samping pelat. Pola retak pengujian numerik mendekati eksperimennya dengan retak awal semua benda uji diawali dari daerah tengah bentang dengan arah melintang, kemudian seiring bertambahnya beban timbul retak baru dengan arah serupa yang bergerak menuju daerah tumpuan. Pola retak semua benda uji didominasi oleh retak lentur, tetapi pada pelat berongga bola terlihat kombinasi retak lentur dan geser.

### Kondisi batas layan

Konsep perancangan berdasarkan keadaan batas layan (*serviceability limit state*) membatasi lendutan dan lebar retak yang terjadi pada pelat. Lendutan ijin maksimum untuk lantai yang menahan atau disatukan dengan komponen non-struktural yang mungkin rusak akibat lendutan yang besar tidak lebih dari 1/480 (SNI 03-2847-2002). Lendutan saat beban layan pada setiap benda uji pelat didapatkan dengan cara interpolasi linier grafik hubungan beban terhadap lendutan. Hasil lendutan saat beban layan dapat dilihat pada Tabel 10.

Tabel 10. Beban Layan dan Lendutan

	Beban Layan (kN/m <sup>2</sup> )	Pelat	Lendutan (mm)		
			Kondisi Layan	Retak Pertama	Ijin Maksimum
Perkantoran	7,9	PL1_NUM	0,43	0,62	4,17
		PL2_NUM	0,44	0,61	
		PL3_NUM	0,27	0,50	
Gudang	9,4	PL1_NUM	0,51	0,62	
		PL2_NUM	0,53	0,61	
		PL3_NUM	0,32	0,50	

## 6. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut ini : (1) Perbedaan tipe elemen, kerapatan *mesh* dan jumlah elemen pada pemodelan numerik sangat mempengaruhi hasil analisisnya. Pada pemodelan pelat solid (PL1), persentase selisih nilai beban retak pertama pelat PL1\_NumLH (*linear hexahedral*) terhadap PL1\_EKS sebesar 1%, sementara itu PL1\_NumLT (*linear tetrahedral*) mempunyai persentase selisih sebesar 15%. Persentase selisih nilai beban ultimit PL1\_NumLH terhadap PL1\_EKS sebesar 9%, sementara itu untuk pelat PL1\_NumLT sebesar 25%. (2) Nilai beban ultimit pada pengujian eksperimen untuk pelat PL1; PL2; PL3 berturut-turut sebesar 43,29 kN; 46,29 kN; 68,29 kN, sementara itu pada pengujian numerik nilai beban ultimitnya berturut-turut sebesar 54 kN; 53 kN; 67 kN. Beban ultimit PL1\_EKS lebih kecil 6,9% dari pelat PL2\_EKS, sementara itu untuk PL1\_NUM nilainya lebih besar 1,8% dari PL2\_NUM. Penambahan volume beton pada permukaan atas pelat menyebabkan kuat lentur pelat bertambah. (3) Pada pengujian eksperimen maupun numerik didapatkan nilai kekakuan pelat berongga PL3 (t=14,3cm) lebih besar dari pelat yang lain, sedangkan pelat berongga PL2 (t=12cm) mempunyai kekakuan yang paling kecil. (4) Pada pengujian eksperimen maupun numerik, daktilitas pelat solid (PL1) dengan tebal 12cm nilainya paling besar, adanya rongga bola pada pelat PL2 (t=12cm) akan mengurangi daktilitasnya, sementara itu pelat berongga bola PL3 (t=14,3) nilai daktilitasnya sedikit lebih besar dari pelat PL2 (t=12cm). (5) Pola retak pengujian numerik mendekati hasil uji eksperimen, yaitu pola retak lentur. Pada pelat berongga bola terlihat kombinasi retak lentur dan geser. Retak pada pengujian numerik secara visual terlihat lebih banyak dan menyebar, hal tersebut disebabkan oleh beberapa faktor antara lain keterbatasan cara pengamatan retak pengujian eksperimen dan penerapan elemen *linear tetrahedral* pada pemodelan numerik.

## DAFTAR PUSTAKA

- Aldejohann, M. and Schnellenbach, M., 2005, *Biaxial Hollow Slabs, Theory and Test*, Betonwerk + Fertigteil-Technik Vol. 71 Page 50-59, German.
- Benzley, S. E., 1995, "A Comparison of All Hexagonal and All Tetrahedral Finite Element Meshes for Elastic and Elasto-plastic Analysis", Brigham Young University, Utah, United States.
- Bubble Deck UK, 2006, *Bubble Deck Test and Report Summary*, United Kingdom.
- Cervenka, V., Jendele, L., dan Cervenka, J., 2009, *ATENA Program Documentation Part 1 Theory*, Cervenka Consulting, Praha.
- Gere dan Timoshenko, 1987, *Mekanika Bahan Jilid 1*, Erlangga, Jakarta.
- Priestley M. J. N. dan Paulay, T., 1992, *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*, John Wiley & Sons, Inc., Canada.
- Schnellenbach, M., 2002, "Punching Behavior of Biaxial Hollow Slabs", Darmstadt University of Technology, Germany.
- SK SNI 03-2478, 2002, *Tata Cara Perencanaan Struktur Beton Untuk Bangunan Gedung*, Departemen Pekerjaan Umum, Indonesia.
- Soeharno, A., 2009, *Perilaku Lentur Pelat Sistem Satu Arah Beton Bertulang Berongga Bola*, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.